

► 9. ¿Y si...? Curiosidad, intuición y conjeturas

► 9.4 Cuadrados

DISEÑO DE LA ACTIVIDAD

Objetivos

Además del razonamiento inductivo, existe otro tipo de razonamiento que suele dar muy buenos resultados al enfrentarnos a problemas de muy diverso tipo. Se trata del razonamiento regresivo. Es decir, razonar a partir de la suposición de que el problema ya ha sido resuelto.

Mostraremos un ejemplo sencillo. Creamos un simple cuadrado y nos preguntamos si será posible inscribir otro cuadrado en él. También nos preguntamos si es posible trazar más de un cuadrado inscrito.

USO DE GEOGEBRA

Herramientas y comandos

No usaremos ningún comando ni entrada de directa de operaciones, sólo las siguientes herramientas geométricas.

	Punto		Intersección		Centro
	Recta		Segmento		Perpendicular
	Polígono		Polígono-regular		Semi-circunferencia
	Refleja-por-punto				

 Recordemos que los objetos creados por las herramientas con fondo verde son desplazables (a no ser que su definición se base en puntos que no sean libres).

Construcción paso a paso

 Antes de empezar, puede ser buena idea echar un vistazo al "Ejemplo de construcción" que se encuentra en esta página. Incluso podemos ayudarnos de la **Barra de Navegación** para realizar un rápido recorrido por los pasos.

Primero prepararemos el escenario.



Preparación

┌ No

▣ No

⌂ Desactiva

Dibujaremos una primera solución, que es la que primero suele aparecer.



Etapa 1

- Con la herramienta  **Polígono regular** construimos un cuadrado.
- Con la herramienta  **Centro** (Punto Medio) señalamos los puntos medios de dos lados consecutivos del cuadrado anterior.
- Con la herramienta  **Polígono regular** construimos un cuadrado a partir de los dos puntos anteriores.

Hemos encontrado una solución, un cuadrado inscrito cuya área es exactamente la mitad del cuadrado original.

Nos preguntamos ahora si habrá más soluciones, y cómo construirlas. En vez de atacar el problema de forma progresiva, imaginaremos el problema ya resuelto. Tenemos un cuadrado inscrito en otro. Esto significa que el cuadrado original puede considerarse como "excrito". Fijémonos en un vértice de ese cuadrado excrito. Al ser cuadrado, el ángulo en ese vértice será de 90° . Por lo tanto, se formará un triángulo rectángulo con hipotenusa el lado del triángulo inscrito. Lo que implica que el vértice del cuadrado excrito tiene que estar sobre la semicircunferencia que tiene por diámetro el lado del cuadrado inscrito.



Etapa 2

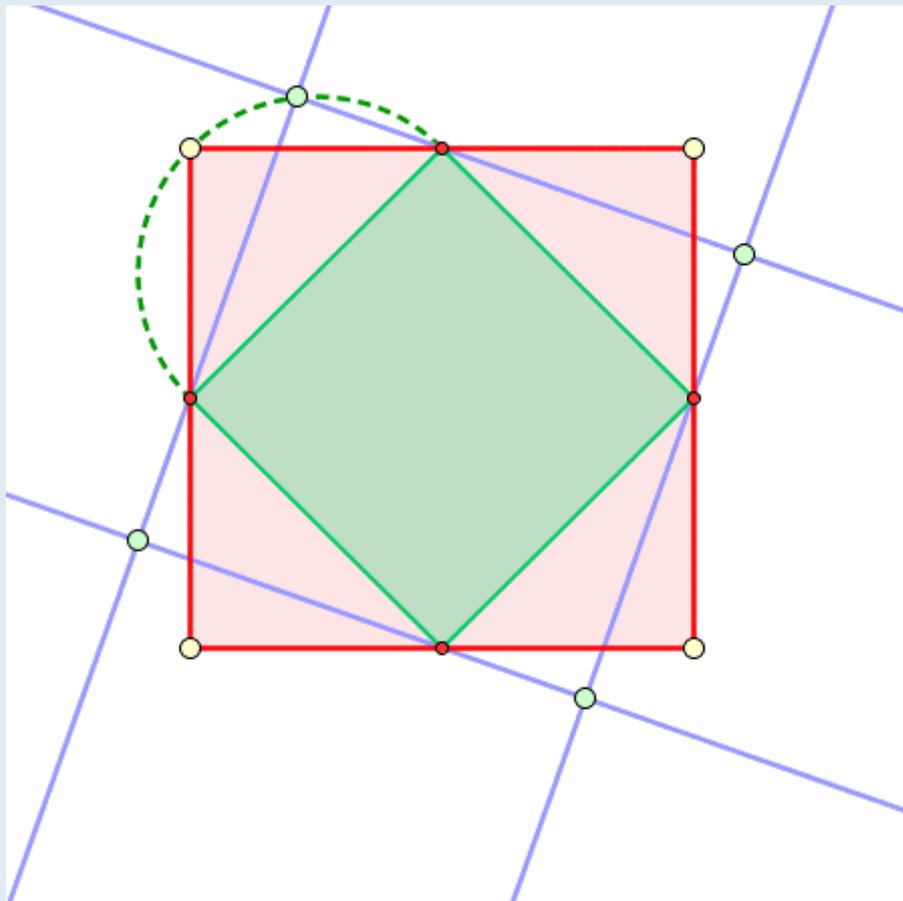
- Con la herramienta  **Semicircunferencia** construimos una semicircunferencia exterior uniendo dos vértices consecutivos del cuadrado inscrito.
- Con la herramienta  **Punto** situamos un nuevo punto en esa semicircunferencia.
- Con la herramienta  **Recta** unimos el nuevo punto con los extremos de la semicircunferencia.
- Con la herramienta  **Perpendicular** completamos el cuadrado excrito.

Observemos que no es lo mismo construir el cuadrado excrito que el inscrito, así que todavía no hemos resuelto el problema. Sin embargo, es fácil darse cuenta, variando de posición el punto sobre la semicircunferencia, de la relación existente entre ambos cuadrados. Los vértices del cuadrado inscrito se encuentran siempre situados a la misma

distancia (variable entre 0 y 1) de cualquiera de los extremos del lado del cuadrado excrito donde descansa. Esta observación es suficiente para resolver el problema.

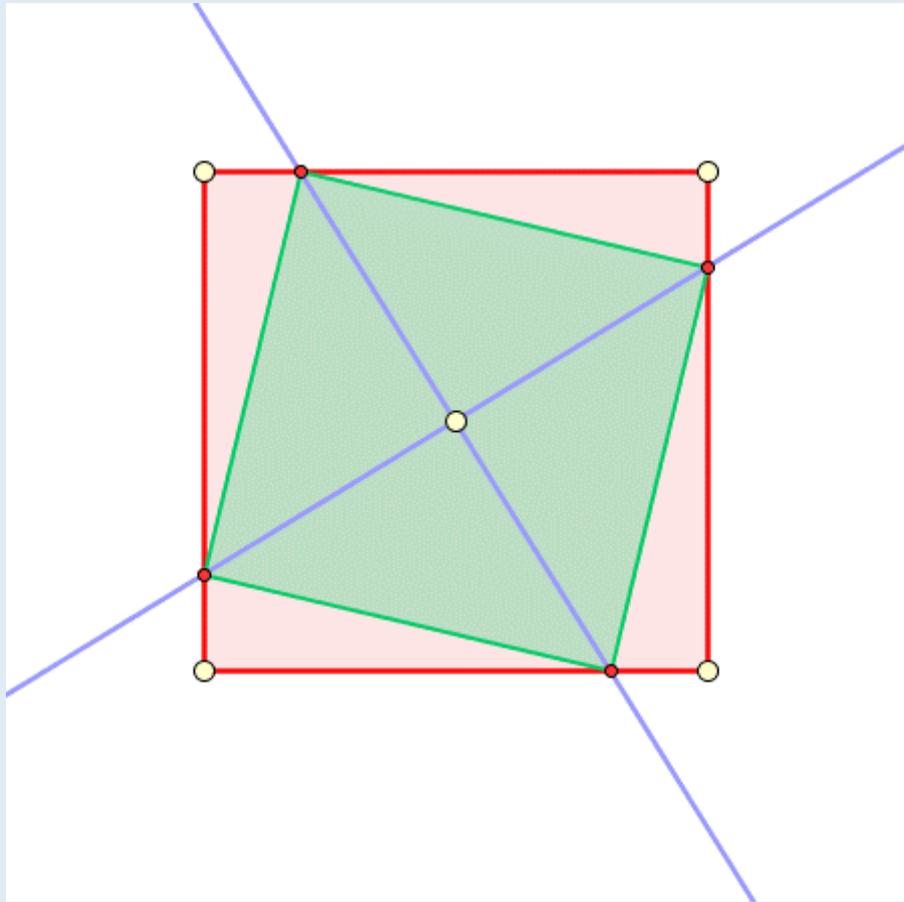
Ejemplo de construcción

Cuadrados inscritos (razonamiento regresivo)



[Clic en esta imagen abre la construcción de GeoGebra](#)

 Cuadrados inscritos (solución)



[Clic en esta imagen abre la construcción de GeoGebra](#)

 Propuesta de construcción

Realizar una construcción similar que inscriba un triángulo equilátero en otro.

Comentarios

Por supuesto, lo realmente importante no es el resultado de la cuestión planteada u otras cuestiones similares sino los métodos empleados para obtener soluciones. Heurísticas como el razonamiento inductivo, regresivo y deductivo, unidas a la observación y experimentación, son métodos fundamentales. La facilidad que brinda GeoGebra para explorar y ensayar no sólo ayuda en la enseñanza de determinados conceptos o procedimientos, sino que favorece enormemente la curiosidad, el autoaprendizaje y la investigación.

 Investigación:

- Nos podemos plantear multitud de preguntas relacionadas con polígonos inscritos. ¿Se pueden inscribir triángulos semejantes cualesquiera? ¿Y un cuadrado en un triángulo? ¿Y un cuadrado en un rombo? Etc.