

► 11. Conexiones matemáticas

► 11.3 Tarifas

DISEÑO DE LA ACTIVIDAD

Objetivos

Queremos usar GeoGebra como ayuda en la resolución del siguiente problema.

Dos operadoras de telefonía móvil ofrecen sus servicios con las siguientes tarifas:

Operadora	Tarifa fija mensual	Coste por minuto
<i>Pulgar</i>	20 €	0.10 €
<i>Yastá</i>	0 €	0.25 €

Los precios son exactos, no se practica el redondeo al minuto superior en ningún caso (por ejemplo, si se consume medio minuto se paga la mitad del coste por minuto).

- Expresar verbalmente lo que cobra en total cada operadora.
- Crear una tabla de valores del coste total según los minutos consumidos en un mes, desde 0' hasta 200', de 20 en 20 minutos.
- Dibujar los valores hallados en una gráfica Tiempo-Coste. ¿La gráfica es continua o va a saltos? ¿Por qué?
- ¿Cuánto cobra cada operadora por 110' al mes?
- ¿Cómo se puede calcular el coste de un número cualquiera de minutos de cada una de las operadoras?
- ¿A partir de cuántos minutos de consumo mensual resulta más económica la oferta de *Pulgar* que la de *Yastá*?
- ¿Cuántos minutos hacen falta consumir para que haya que pagar el doble a *Yastá* que a *Pulgar*?

USO DE GEOGEBRA

Herramientas y comandos

Emplearemos la Hoja de Cálculo para introducir rápidamente los valores. Además, usaremos el comando **Función** y las siguientes herramientas.



Construcción paso a paso

😊 Antes de empezar, puede ser buena idea echar un vistazo al "Ejemplo de construcción" que se encuentra en esta página. Incluso podemos ayudarnos de la **Barra de Navegación** para realizar un rápido recorrido por los pasos.

Es recomendable que este tipo de construcciones sean realizadas por los propios alumnos. Por una parte, son sencillas. Por otra, en el proceso de construcción aparecen de forma natural los conceptos más importantes implicados (ordenada en el origen, patrones incrementales, pendiente, expresión algebraica de una función).

Preparación

- ┆ Sí
- ▣ (Opcional)
- ⊞ Automático

Construimos la tabla de valores. Introducimos los cuatro primeros puntos.

Etapa 1

- En la celda A1 de la Hoja de Cálculo introducimos (0, 20)
- En la celda A2 de la Hoja de Cálculo introducimos (20, 22)
- En la celda B1 de la Hoja de Cálculo introducimos (0, 0)
- En la celda B2 de la Hoja de Cálculo introducimos (20, 5)

Ahora usaremos el arrastre propio de las hojas de cálculo para crear rápidamente el resto de los puntos.

Etapa 2

- Seleccionamos A1 y A2 y arrastramos la esquina inferior derecha hasta A11.
- Seleccionamos B1 y B2 y arrastramos la esquina inferior derecha hasta B11.
- Seleccionamos A1:A11, seleccionando A1 y arrastrando (no la esquina inferior, sino la selección) hasta A11. Hacemos clic derecho y elegimos "Crea Lista". Se creará la lista L_1 .
- Seleccionamos B1:B11, seleccionando B1 y arrastrando hasta B11. Hacemos clic derecho y elegimos "Crea Lista". Se creará la lista L_2 .
- Herramienta  **Ajuste Lineal**. Indicamos las listas L_1 y L_2 .

Naturalmente, en este caso, las rectas creadas con la herramienta Ajuste Lineal se ajustarán a la perfección a todos los puntos. Hubiera bastado usar la herramienta  **Recta**, pero hemos preferido introducir esa nueva herramienta.

Las rectas creadas no corresponden exactamente a las funciones deseadas, pues existen para valores negativos, lo que carece de sentido en este problema. Convertimos esas rectas geométricas en funciones definidas a partir de cero (no hemos asignado extremo superior al intervalo de definición pero siendo estrictos deberíamos establecerlo en 44640 minutos, el número máximo de minutos que puede tener un mes).

Etapa 3

- Entrada:

$$\text{Pulgar} = \text{Función}[0.1x + 20, 0, \infty]$$

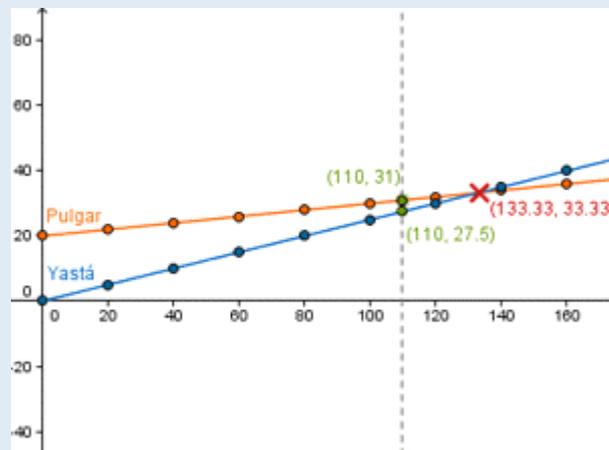
$$\text{Yastá} = \text{Función}[0.25x, 0, \infty]$$

$$x = 110$$

- Herramienta  **Intersección**. Indicamos el punto de corte de la gráfica de Pulgar con la vertical $x = 110$, de la gráfica de Yastá con esa vertical y de las gráficas de Pulgar y de Yastá.

Ejemplo de construcción

Tarifas



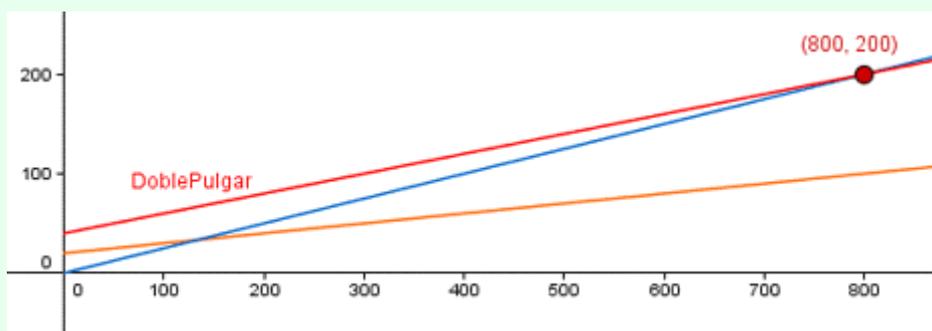
	A	B
1	(0, 20)	(0, 0)
2	(20, 22)	(20, 5)
3	(40, 24)	(40, 10)
4	(60, 26)	(60, 15)
5	(80, 28)	(80, 20)
6	(100, 30)	(100, 25)
7	(120, 32)	(120, 30)
8	(140, 34)	(140, 35)
9	(160, 36)	(160, 40)
10	(180, 38)	(180, 45)
11	(200, 40)	(200, 50)
12		
13		

[Clic en esta imagen abre la construcción de GeoGebra](#)

Propuesta de construcción

Realizar una construcción similar para contestar al caso de extrapolación (última cuestión), creando la función:

DoblePulgar = Función[0.2 x + 40, 0, ∞]



Comentarios

En cada celda de la hoja de cálculo podemos introducir cualquier tipo de expresión que admita el campo Entrada: valores, operaciones, objetos y comandos. En el apartado "Otros modelos" disponemos de un ejemplo ("Alfabeto") de uso estadístico de la hoja de cálculo de GeoGebra.

Existen varios comandos especializados, incluyendo estadísticos, líneas de ajuste y gráficos, que facilitan el análisis de los datos. Se pueden encontrar en el apartado Comandos, subapartado **Estadística**, de la sección Ayuda.

 Investigación:

- Observar la sintaxis de esos comandos aplicándolos a alguna lista de datos concreta y comprobar cómo se visualiza el resultado al usar cada uno de ellos.