

► 11. Conexiones matemáticas

► 11.5 Radiofaros

DISEÑO DE LA ACTIVIDAD

Objetivos

El dinamismo propio de los fenómenos físicos puede ser aprovechado para la introducción "dinámica" de conceptos matemáticos, a la vez que, gracias a GeoGebra, podemos simular visualmente el movimiento característico del fenómeno.

En este ejemplo mostraremos cómo la medición de una diferencia de tiempo, en microsegundos, en la recepción de dos señales enviadas simultáneamente (en distinta frecuencia) nos permite conocer el lugar geométrico sobre el que se encuentra nuestra posición. Puede ser una excelente introducción a una de las propiedades fundamentales de la hipérbola. De hecho, a la navegación (marítima o aérea) mediante este sistema de localización basado en la emisión de señales simultáneas se le conoce como "navegación hiperbólica".

USO DE GEOGEBRA

Herramientas y comandos

Usaremos los comandos **Distancia**, **Máximo** y **Mínimo** junto con las siguientes herramientas.

	Punto		Segmento		Circunferencia
	Hipérbola		Deslizador		Texto
	Imagen				

 Los objetos creados por las herramientas con fondo verde son desplazables (a no ser que su definición se base en puntos que no sean libres).

Construcción paso a paso

 Antes de empezar, puede ser buena idea echar un vistazo al "Ejemplo de construcción" que se encuentra en esta página. Incluso podemos ayudarnos de la **Barra de Navegación** para realizar un rápido recorrido por los pasos.

Primero prepararemos el escenario.



Preparación

┆ No

▣ No

⊞ Desactiva

- Guardar las siguientes imágenes en el disco duro (clic derecho sobre cada imagen y elegir "Guardar imagen como..."):



Distribuimos los elementos y realizamos la construcción.

Etapa 1

- Herramienta  **Imagen**. Introducimos la imagen grande guardada (el mapa). Le asignamos 50% de sombreado y la establecemos como fondo.
- Herramienta  **Deslizador**. Creamos el parámetro t entre 0 y 20, con incremento de paso 0.01 y ancho 50.
- Herramienta  **Punto**. Colocamos un punto (A) sobre zona marítima de la imagen grande y los puntos D y S sobre los radiofaros de Donostia y Santander, respectivamente (sus posiciones están marcadas en la imagen con un punto rojo en la costa, a la derecha Donostia, algo más al centro Santander). Al punto D le ponemos como subtítulo (en propiedades) el nombre Donostia, y al punto S el nombre Santander. Mostramos los rótulos como subtítulos.
- Entrada: $c = \text{abs}(\text{Distancia}[A, S] - \text{Distancia}[A, D]) / 2$
- Herramienta  **Hipérbola**. Trazamos la hipérbola con focos S, D y longitud del primer eje c.
- Herramienta  **Punto**. Colocamos un punto (B) en la hipérbola.
- Herramienta  **Imagen**. Introducimos la imagen pequeña guardada (el barco). Le asignamos la posición (esquina1) $A - (1, 0.4)$
- Herramienta  **Segmento**. Creamos los segmentos AS (a), AD (a'), BS (b), BD (b') y DS.
- Entrada: $f = \text{abs}(\text{Distancia}[B, S] - \text{Distancia}[B, D]) / 2$
- Herramienta  **Circunferencia**. Trazamos las circunferencias de radio t con centros D y S.

Incorporamos los textos informativos.



Etapa 2

- Herramienta  **Texto**. Introducimos los siguientes textos:

"Diferencia = " + 2 c

"a = " + a

"a' = " + a'

"Diferencia = " + 2 f

"b = " + b

"b' = " + b'

BIP en la posición: $A + (-1.3, 0)$ con la condición de visibilidad: $t \geq a$

BIP en la posición: $B + (-0.8, 0)$ con la condición de visibilidad: $t \geq b$

BOP en la posición: $A + (1, 0)$ con la condición de visibilidad: $t \geq a'$

BOP en la posición: $B + (0.3, 0)$ con la condición de visibilidad: $t \geq b'$

"" + $\text{Mínimo}[t, \text{Máximo}[a, a']] - \text{Mínimo}[a, a']$ y condición: $t \geq a \ || \ t \geq a'$

"" + $\text{Mínimo}[t, \text{Máximo}[b, b']] - \text{Mínimo}[b, b']$ y condición: $t \geq b \ || \ t \geq b'$

Colocamos los dos últimos textos a la derecha de las diferencias y mejoramos el estilo de los objetos.

Finalmente, animamos el deslizador t.

Ejemplo de construcción

Radiofaros

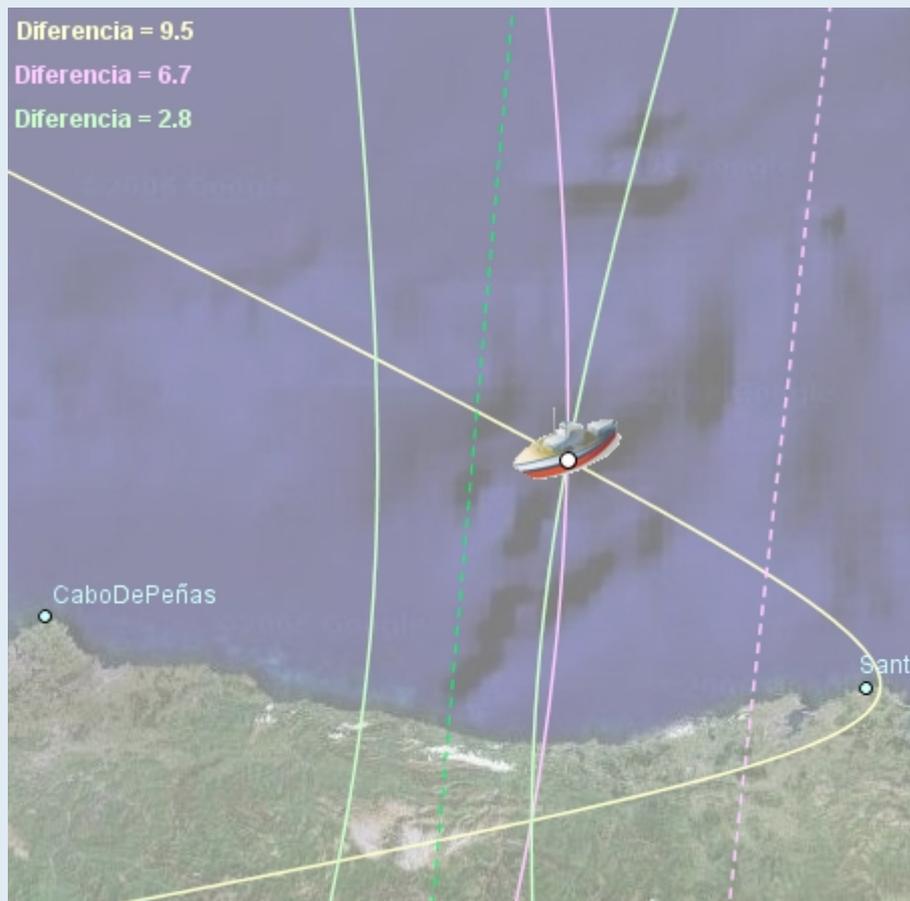
Un receptor en el barco capta señales periódicas y SINCRONIZADAS procedentes de los radiofaros de Santander y Donostia. La diferencia de tiempo en recibir cada señal lo sitúa en una hipérbola de todos los puntos que tienen esa misma propiedad (es decir, en todos esos puntos la diferencia de tiempo o de distancia a los radiofaros es la misma: comprobarlo moviendo el punto blanco). Observar que cuando la diferencia es cero, el barco se sitúa en la mediatriz del segmento Santander-Donostia.



[Clic en esta imagen abre la construcción de GeoGebra](#)

Navegación hiperbólica

El barco recibe señales SINCRONIZADAS procedentes de tres radiofaros (Cabo de Peñas, Santander y Donostia). La diferencia de tiempo entre cada par de señales lo sitúa en una hipérbola. La intersección de estas hipérbolas determina la posición del barco. (La mayoría de veces, bastan dos hipérbolas; la tercera se comprueba en casos dudosos.)



[Clic en esta imagen abre la construcción de GeoGebra](#)

Propuesta de construcción

Realizar una construcción similar a "Radiofaros" con otra imagen costera, colocando dos radiofaros (reales o imaginarios) en ella.

Comentarios

En "Navegación hiperbólica" hemos añadido un tercer radiofaro, gracias al cual podemos determinar la posición exacta del barco. Todas las emisiones están sincronizadas, algo fundamental para el funcionamiento del sistema. Desde el barco se puede medir la diferencia de tiempo entre la recepción de la señal procedente de un radiofaro y de otro y traducirlo a diferencia de distancia. La curva de los puntos cuya diferencia de distancia a dos puntos permanece invariante es una hipérbola, así que tres radiofaros -Cabo de Peñas, Santander y Donostia- generan tres hipérbolas, pues cada par genera una. Allí donde se corten estas hipérbolas estará el barco. En la imagen anterior, las líneas discontinuas corresponden a los puntos equidistantes de cada par de radiofaros (mediatrices).

Investigación:

- Todos los sistemas de localización usan conceptos y procedimientos matemáticos. El más conocido actualmente es el sistema GPS. El GPS es un sistema de localización basado en un receptor que usa el tiempo que tarda en llegar las señales procedentes de como mínimo tres satélites (cuatro si se desea precisión) para determinar la posición que ocupa en el espacio (latitud, longitud y altura). Investigar la base matemática de su funcionamiento.